

विध्न विचारत भीरु जन, नहीं आरम्भे काम,
 विपति देख छोड़े तुरंत मध्यम मन कर श्याम।
 पुरुष सिंह संकल्प कर, सहते विपति अनेक,
 'बना' न छोड़े ध्येय को, रघुबर राखे टेक।।

रचित: मानव धर्म प्रणेता
 सद्गुरु श्री रणछोड़दासजी महाराज

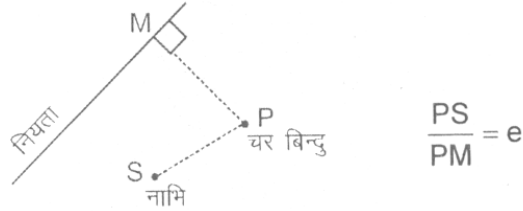
परवलय (Parabola)

Everything should be made as simple as possible, but not simpler.Einstein, Albert

शांकव परिच्छेद (Conic Sections):

यदि कोई बिन्दु एक समतल में इस प्रकार गति करता है कि इसकी उसी समतल में स्थिति एक स्थिर बिन्दु से दूरे व एक स्थिर रेखा से लम्बत् दूरी का अनुपात सैव अचर रहता है, तो उस बिन्दु का बिन्दुपथ शांकव परिच्छेद या शांकव कहलाता है। C

- * स्थित बिन्दु को नाभि कहते हैं।
- * स्थिर रेखा को नियता कहते हैं।
- * अचर अनुपात को उत्केन्द्रता कहते हैं जिसे 'e' से निरूपित किया जाता है।



- * सरल रेषा जो नाभि से गुजरती है और नियता पर लम्ब होती है, शांकव का अक्ष कहलाती है।
- * शांकव व उसके अक्ष का प्रतिच्छेद बिन्दु शीर्ष कहलाता है।
 यदि S (p,q) है तथा $\ell x + my + n = 0$ नियता है

$$\text{तो } PS = \sqrt{(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2} \text{ तथा } PM = \frac{|\ell x + my + n|}{\sqrt{\ell^2 + m^2}}$$

$$\frac{PS}{PM} = e \quad \Rightarrow \quad (\ell^2 + m^2)[(x - p)^2 + (y - q)^2] = e^2(\ell x + my + n)^2$$

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

विभिन्न समतलों द्वारा लम्बवृत्तीय शंकु का परिच्छेदन (Section of right circular cone by different planes):

चित्र 1 में एक लम्बवृत्तीय शंकु दिखाया गया है।

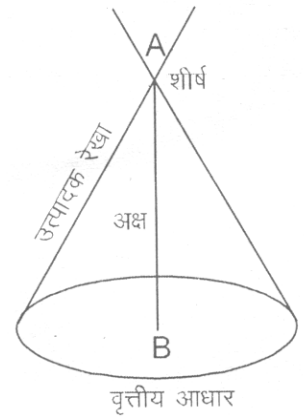
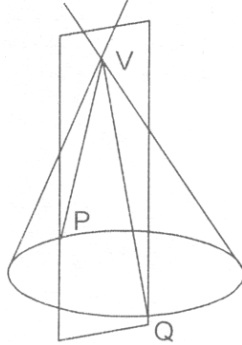


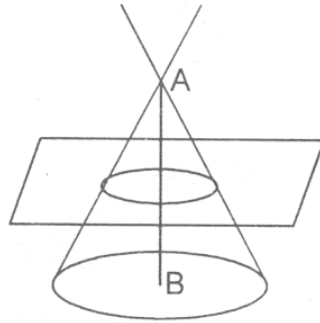
Figure 1

- (i) यदि समतल लम्बवृत्तीय शंकु के शीर्ष v से गुजरता है तो प्रतिच्छेदन वक्र शीर्ष से गुजरने वाली एक सरल रेखा युग्म होती है जैसाकि चित्र -2 में दिखाया गया है।



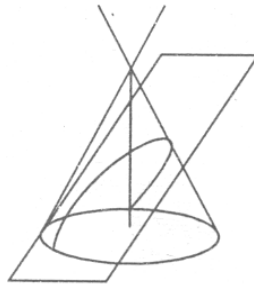
चित्र - 2

- (ii) यदि समतल शंकु के आधार के समान्तर हो तो प्रतिच्छेदन वक्र एक वृत्त होता है जैसाकि चित्र -3 में दिखाया गया है।



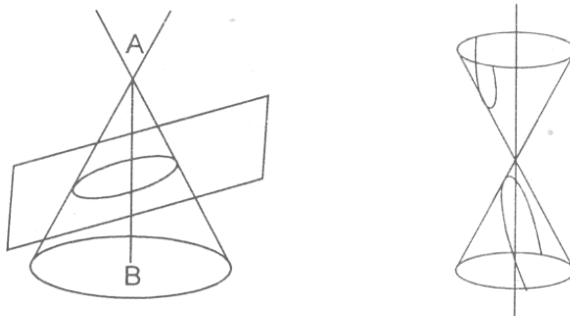
चित्र - 3

- (iii) यदि समतल शंकु की जनक रेखा के समान्तर हो तो प्रतिच्छेदन वक्र पर परवलय होता है जैसाकि चित्र -4 में दिखाया गया है।



चित्र - 4

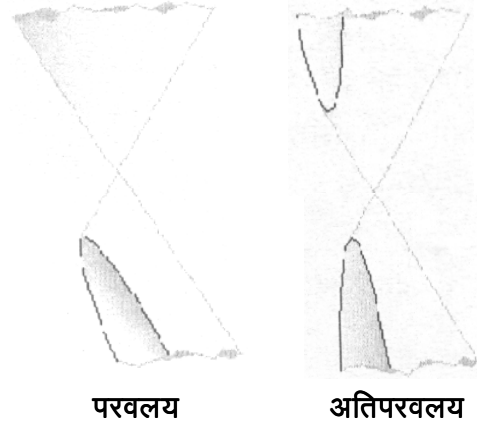
- (iv) यदि समतल न तो शंकु की जनक रेखा के समान्तर हो और न ही शंकु के अक्ष के लम्बवृत्त या समान्तर हो तो प्रतिच्छेदन वक्र एक दीर्घवृत्त या अतिपरवलय होता है जैसाकि क्रमशः चित्र -5 में एवं चित्र - 6 में दिखाया गया है।



चित्र - 5
त्रिविमिय चित्रण (3D View) :



चित्र - 6



शाकं के विभिन्न रूप (Distinguishing various conics):

शाकं परिच्छेद की प्रकृति नाभि S की नियता के सापेक्ष स्थिति और उत्केन्द्रता e के मान पर निर्भर करती है। अतः दो विभिन्न स्थितियाँ उत्पन्न होती हैं।

स्थिति (I) जब नाभि पर स्थित हो :

इस स्थिति में $\Delta \equiv abc + 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2 = 0$ और शाकं का व्यापक समीकरण एक सरल रेखा युग्म को प्रदर्शित करता है यदि :

$e > 1 \equiv h^2 > ab$ रेखाएँ वास्तविक व भिन्न होंगी तथा S पर प्रतिच्छेद करेगी।

$e = 1 \equiv h^2 = ab$ रेखाएँ वास्तविक और संपाती होंगी।

$e < 1 \equiv h^2 < ab$ रेखाएँ काल्पनिक होंगी।

स्थिति (II) जब नाभि नियता पर स्थित न हो :-

इस स्थिति में उत्केन्द्रता 'e' के विभिन्न मानों के लिए शाकं परिच्छेद विभिन्न वक्रों को प्रदर्शित करता है।

एक परवलय होगा एक दीर्घवृत्त होगा एक अतिपरवलय होगा आयतीय अतिपरवलय होगा।

यदि $e = 1; \Delta \neq 0,$

यदि $0 < e < 1; \Delta \neq 0;$

यदि $e > 1; \Delta \neq 0;$

यदि $e > 1; \Delta = 0$

$h^2 = ab$

$h^2 < ab$

$h^2 > ab$

$h^2 > ab; a + b = 0$

परवलय (PARABOLA)

परिभाषा और सम्बंधित शब्द (Definition and Terminology) :

यदि कोई बिन्दु इस प्रकार गति करता है कि उसकी एक स्थित बिन्दु से दूरी सदैव एक स्थिर रेखा से दूरी के बराबर रहती है तो उस बिन्दु का बिन्दुपथ परवलय कहलाता है। स्थित बिन्दु को परवलय की नाभि और स्थिर रेखा को परवलय की नियता कहते हैं। परवलय के चार मानक रूप हैं :

$$y^2 = 4ax; -4ax = -; x^2 = 4ay; x^2 = -4ay.$$

परवलय $y^2 = 4ax$ के लिए

(i) शीर्ष (0, 0)

(ii) नाभि (a, 0)

(iii) अक्ष $y = 0$

(iv) नियता $x + x = 0$

नाभीय दूरी : परवलय की स्थित किसी भी बिन्दु की नाभि से दूरी, उस बिन्दु की नाभीय दूरी कहलाती है।

नाभीय जीवा : परवलय की कोई जीवा जो नाभि से गुजरती है, परवलय की नाभीय जीवा कहलाती है।

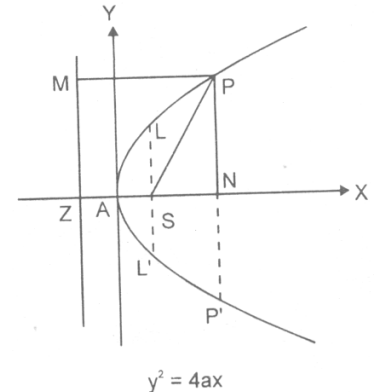
द्विकोटि : परवलय की वह जीवा जो परवलय के अक्ष के लम्बवत् हो, द्विकोटि कहलाती है।

नाभिलम्ब : नाभि से गुजरने वाली द्विकोटि या वह नाभीय जीवा जो परवलय के अक्ष के लम्बवत् हो, नाभिलम्ब (L.R.) कहलाती है।

परवलय $y^2 = 4ax$ के लिए \Rightarrow

नाभिलम्ब की लम्बाई = $4a$.

\Rightarrow नाभिलम्ब के सिरे $L(a, 2a)$ & $L'(a, -2a)$ है।



नोट :

- (i) नियता से नाभि की लम्बवत् दूरी $= \frac{1}{2} \times$ नाभिलम्ब
- (ii) नियता व अक्ष के प्रतिच्छेद बिन्दु और नाभि का मध्य बिन्दु परवलय का शीर्ष होता है।
- (iii) दो परवलय बराबर कहलाते हैं यदि उनके नाभिलम्ब समान हों।

प्राचलिक निरूपण (Parametric Representation):

परवलय पर स्थित किसी बिन्दु के निर्देशकों को सबसे सरल रूप में $(at^2, 2at)$ लिखा जाता है अर्थात् समीकरण $a = at^2$ एवं $y = 2at$ एक साथ परवलय $y^2 = 4ax$ को व्यक्त करते हैं, जहाँ 't' एक प्राचल है।
 परवलय पर स्थित दो बिन्दुओं t_1 व t_2 को जोड़ने वाली जीवा का समीकरण $2x - (t_1 + t_2)y + 2at_1t_2 = 0$.

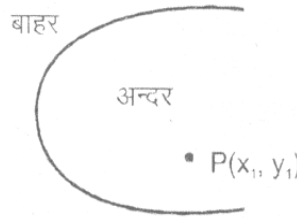
परवलय के सापेक्ष किसी बिन्दु की स्थिति (Position of a point Relative to a Parabola):

व्यंजक $y_1^2 - 4ax_1$ के धनात्मक, शून्य या ऋणात्मक होने के अनुसार बिन्दु (x_1, y_1) परवलय $y^2 = 4ax$ के क्रमशः बाहर, परवलय पर या अन्दर स्थित होगा।

$S_1 : y_1^2 - 4ax_1$

$S_1 < 0 \rightarrow$ अन्दर

$S_1 > 0 \rightarrow$ बाहर



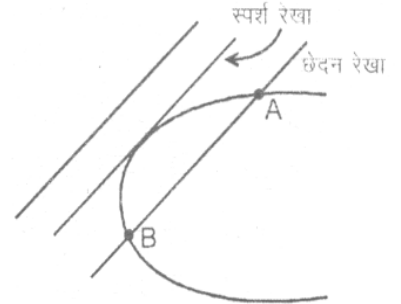
परवलय एवं सरल रेखा (Line & a Parabola):

$a > cm, = cm$ या $> cm$ होने के अनुसार सरल रेखा $y = mx + c$ परवलय $y^2 = 4ax$ को दो वास्तविक एवं भिन्न, संपाती या काल्पनिक बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है।

\Rightarrow रेखा, परवलय को स्पर्श करेगी यदि $c = a/m$.

परवलय द्वारा रेखा, $y = mx + c$ पर काटे गये अन्तः खण्ड की लम्बाई

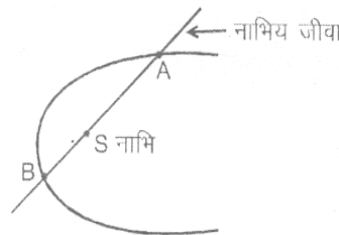
$$= \left(\frac{4}{m^2} \right) \sqrt{a(1+m^2)(a-mc)}$$



नोट :

1. t_1 एवं t_2 को जोड़ने वाली जीवा का समीकरण $2x - (t_1 - t_2)y + 2at_1t_2 = 0$ है।
2. यदि परवलय $y^2 = 4ax$ की नाभीय जीवा के सिरे t_1 एवं t_2 हों, तो $t_1t_2 = -1$ अतः नाभीय जीवा के सिरे के

निर्देशांक $(at^2, 2at)$ एवं $\left(\frac{a}{t^2}, \frac{2a}{t} \right)$ होंगे।



3. x-अक्ष के साथ α कोण बनाने वाली नाभीय जीवा की लम्बाई $4a \operatorname{cosec}^2 \alpha$ होती है।

परवलय $y^2 = 4ax$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण (Tangents to the Parabola $y^2 = 4ax$):

(i) बिन्दु (x_1, y_1) पर $yy_1 = 2a(x + a_1)$

(ii) बिन्दु $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m} \right)$ पर $y = mx + \frac{a}{m}$ ($m \neq 0$) (iii) बिन्दु $(at^2, 2at)$ पर $ty = a + at^2$.

नोट : बिन्दुओं t_1 और t_2 पर स्पर्श रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु $[at_1t_2, a(t_1 + t_2)]$ होता है।

परवलय $y^2 = 4ax$ पर अभिलम्ब का समीकरण (Normals to the parabola $y^2 = 4ax$) :

अभिलम्ब का समीकरण स्पर्श रेखा की प्रवणता से प्राप्त किया जा सकता है।

$$(x_1, y_1) \text{ स्पर्श रेखा की प्रवणता} = \frac{2a}{y_1}$$

$$\Rightarrow \text{अभिलम्ब की प्रवणता} = -\frac{y_1}{2a}$$

$$(i) \quad (x_1, y_1) \text{ पर } y - y_1 = -\frac{y_1}{2a}(x - x_1) \quad (ii) \quad (am^2, -2am) \text{ पर } y = mx - 2am - am^3$$

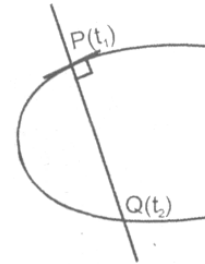
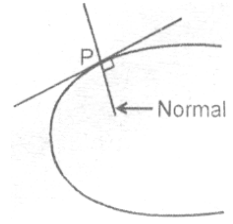
$$(iii) \quad (at^2, 2at) \text{ पर } y + tx = 2at + at^3$$

नोट : (i) बिन्दुओं t_1 व t_2 पर अभिलम्बों का प्रतिच्छेद बिन्दु $(a(t_1^2 + t_2^2 + t_1t_2 + 2), at_1t_2(t_1 + t_2))$ होता है।

(ii) यदि परवलय $y^2 = 4ax$ पर स्थित बिन्दु t_1 पर अभिलम्ब

$$\text{परवलय को पुनः बिन्दु } t_2 \text{ पर मिलता है। तो } t_2 = -\left(t_1 + \frac{2}{t_1}\right).$$

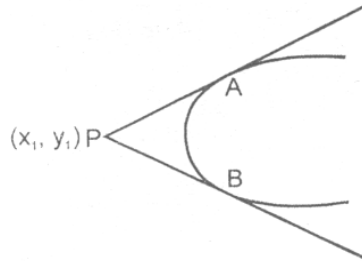
(iii) यदि परवलय $y^2 = 4ax$ पर स्थित बिन्दुओं t_1 व t_2 पर अभिलम्ब पुनः परवलय पर स्थित बिन्दु ' t_3 ' पर प्रतिच्छेद करते हैं तो $t_1t_2 = 2t_3 = -(t_1 + t_2)$ और बिन्दुओं t_1 व t_2 को मिलाने वाली रेखा स्थिर बिन्दु $(-2a, 0)$ से गुजरती है।



स्पर्शी युग्म (Pair of Tangents):

किसी बाह्य बिन्दु (x_1, y_1) से परवलय $y^2 = 4ax$ पर खींची गई स्पर्श रेखाओं का समीकरण $SS_1 = T^2$ द्वारा दिया जाता है।

$$\text{जहाँ } S \equiv y^2 - 4ax \quad ; \quad S_1 = y_1^2 - 4ax_1 \quad ; \quad T \equiv y y_1 - 2a(x + x_1).$$



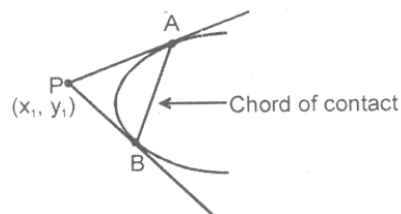
नियामक वृत्त (Director Circle):

किसी वक्र की लम्बवत् स्पर्श रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दुओं का बिन्दुपथ नियामक वृत्त कहलाता है। परवलय $y^2 = 4ax$ के लिए इसका समीकरण $x + a = 0$ होता है जो कि इसकी नियता ही होती है।

स्पर्श जीवा (Chord of Contact) :

बिन्दु $P(x_1, y_1)$ से खींची गई स्पर्श जीवा का समीकरण

$$yy_1 = 2a(x + x_1).$$



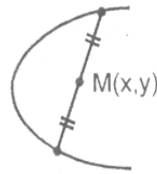
नोट : बिन्दु $P(x_1, y_1)$ से खींची गई स्पर्श रेखाओं और स्पर्श जीवा द्वारा बनाये गये त्रिभुज का क्षेत्रफल $(y_1^2 - 4ax_1)^{3/2} \div 2a$ होता है।

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

मध्यबिन्दु के रूप में जीवा का समीकरण (Chord with a given middle point):

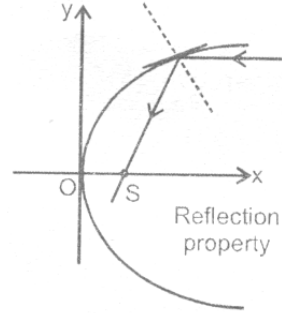
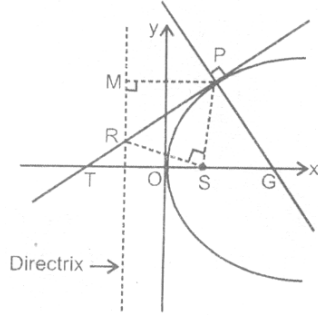
परवलय $y^2 = 4ax$ की जीवा, जिसका मध्यबिन्दु

(x_1, y_1) है $y - y_1 = \frac{2a}{y_1}(x - x_1) \equiv T = S_1$ होता है।



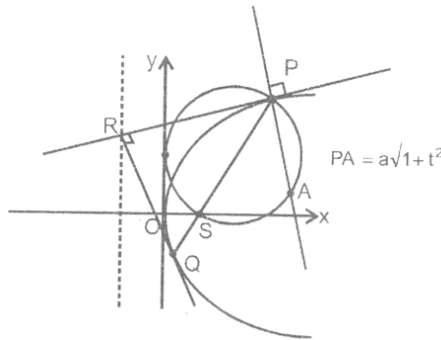
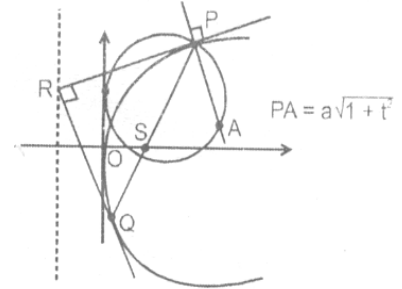
महत्वपूर्ण बिन्दु (Important Highlights) :

- (i) यदि परवलय के किसी बिन्दु 'P' पर खींची गई स्पर्श रेखा एवं अभिलम्ब अक्षों को क्रमशः T व G पर प्रतिच्छेद करते हैं तो $ST = SG = SP$ जहाँ 'S' नाभि है। दूसरे शब्दों में, परवलय पर स्थिति किसी बिन्दु P खींची गई स्पर्श रेखा एवं अभिलम्ब नाभीय त्रिज्या SP और P से नियता पर डाले गये लम्ब के बीच कोण की समद्विभाजक होती है। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि S से उत्सर्जित होने वाली सभी किरणों परावर्तन के पश्चात् परवलय के अक्ष के समान्तर हो जाती हैं।

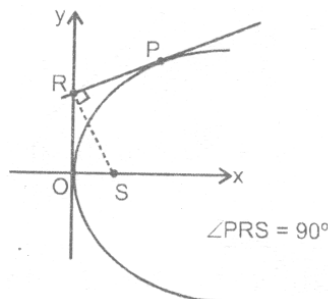


- (ii) परवलय की किसी स्पर्श रेखा का नियता और वक्र के बीच कटा अन्तः खण्ड नाभि पर 90° का कोण आंतरित करता है।

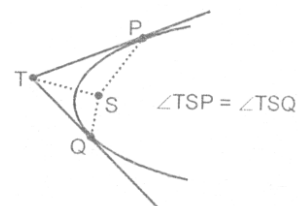
- (iii) नाभीय जीवा के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ नियता पर लम्बवत् प्रतिच्छेद करती है अतः नाभीय जीवा को व्यास मानकर खींचा गया वृत्त नियता को स्पर्श करता है। बिन्दु P ($at^2, 2at$) की नाभीय दूरी को व्यास मानकर खींचा गया वृत्त, शीर्ष पर स्पर्श रेखा को स्पर्श करता है और बिन्दु P पर खींचे गये अभिलम्ब पर $a\sqrt{1+t^2}$ लम्बाई का अन्तः खण्ड काटता है।



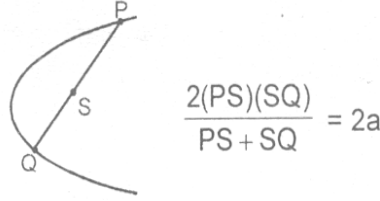
- (iv) एक परवलय की कोई स्पर्श रेखा और उस पर नाभि से डाला गया लम्ब परस्पर, शीर्ष पर खींची गई स्पर्श रेखा पर मिलती है।



- (v) यदि P और Q पर स्पर्श रेखाएँ T पर मिलती हैं तो
 \Rightarrow TP और TQ नाभि S पर समान कोण अंतरित करते हैं।
 \Rightarrow $ST^2 = SP \cdot SQ$ तथा

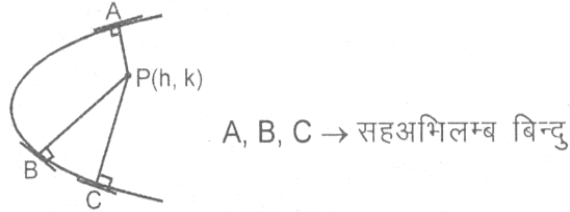


- (vi) \Rightarrow त्रिभुज SPT और STQ समरूप है।
 किसी परवलय $y^2 = 4ax$ का अर्द्धनाभिलम्बण परवलय की किसी भी नाभीय जीवा के खण्डों का हरात्मक माध्य होता है।



- (vii) किसी परवलय पर स्थित तीन बिन्दुओं से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल, इन बिन्दुओं पर खींची गई स्पर्श रेखाओं से निर्मित त्रिभुज के क्षेत्रफल का दुगुना होता है।
 (viii) यदि बिन्दु $P(h, k)$ से परवलय $y^2 = 4ax$ अभिलम्ब खींचा जाता है तो
 $k = mh - 2am - am^3$ अर्थात् $am^3 + m(2a - h) + k = 0$.

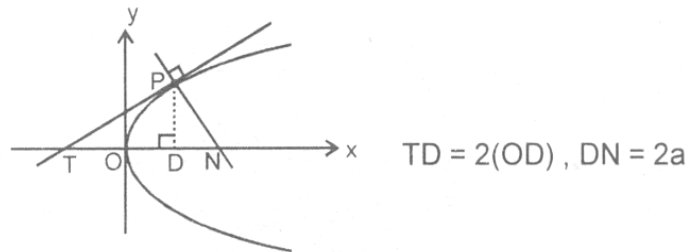
$$m_1 + m_2 + m_3 = 0; \quad m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1 = \frac{2a - h}{a}; \quad m_1 m_2 m_3 = -\frac{k}{a}$$



जहाँ m_1, m_2 व m_3 तीन संगामी अभिलम्बों की प्रवणताएं हैं।

- \Rightarrow तीन संगामी अभिलम्बों की प्रवणताओं का बीजीय योग शून्य होता है।
 \Rightarrow सहअभिलम्ब बिन्दुओं के पादों की कोटियों का बीजीय योग शून्य होता है।
 \Rightarrow सहअभिलम्ब बिन्दुओं से निर्मित त्रिभुज का केन्द्रक x-अक्ष पर होता है।
 \Rightarrow बिन्दु $P(h, k)$ से तीन वास्तविक और भिन्न अभिलम्ब खींचे जा सकते हैं यदि $h > 2a$ और
 $k^2 < \frac{4}{27a}(h - 2a)^3$

- (ix) परवलय $y^2 = 4ax$ पर स्थिति किसी बिन्दु $P(x, y)$ पर अधः स्पर्शी की लम्बाई, बिन्दु P पर भुज की दुगुनी होती है।
 अधः स्पर्शी शीर्ष पर समद्विभाजित होती है।



- (x) परवलय पर स्थिति सभी बिन्दुओं के लिए अधोलम्ब की लम्बाई नियत होती है और यह अर्द्धनाभिलम्ब के बराबर होती है।



Exercise - 1

केवल एक विकल्प सही

केवल एक विकल्प सही

1. परवलय $25[(x-2)^2 + (y-3)^2] = (3x-4y+7)^2$ की नाभिलम्ब की लम्बाई होगी—
 (A) 4 (B) 2 (C) 1/5 (D) 2/5
2. एक परवलय जिसकी नाभि (3, 4) पर स्थित है तथा शीर्ष परवलय $y^2 - 12x - 4y + 4 = 0$ की नाभि पर है तो उस परवलय का समीकरण होगा—
 (A) $x^2 - 6x - 8y + 25 = 0$ (B) $y^2 - 8x - 6y + 25 = 0$
 (C) $x^2 - 6x + 8y - 25 = 0$ (D) $x^2 + 6x - 8y - 25 = 0$
3. निम्न में से कौनसे परवलय के प्राचाल समीकरण होंगे ?
 (A) $x = 3 \cos t; y = 4 \sin t$ (B) $x^2 - 2 = -\cot t; y = 4 \cot^2 \frac{t}{2}$
 (C) $\sqrt{x} = \tan t; \sqrt{y} = \sec t$ (D) $x = \sqrt{1 - \sin t}; t = \sin \frac{t}{2} + \cos \frac{t}{2}$
4. परवलय $y^2 = 12x$ पर स्थित वह बिन्दु जिसकी नाभि दूरी 4 है—
 (A) $(2, \sqrt{3}), (2, -\sqrt{3})$ (B) $(1, 2\sqrt{3}), (1, -2\sqrt{3})$
 (C) (1, 2) (D) इनमें से कोई नहीं
5. परवलय $y^2 = 12x$ के शीर्ष से गुजरने वाले तथा x-अक्ष से 60° कोण निर्मित करने वाली जीवा की लम्बाई :
 (A) 8 (B) 4 (C) 16/3 (D) कोई नहीं
6. परवलय $y = x^2 - 2x - 3$ की नाभि से उसके किसी स्पर्श रेखा पर निर्मित लम्ब का पाद स्थित होगा—
 (A) $y + x = 0$ (B) $y = 0$ (C) $y = -2$ (D) $y + 1 = 0$
7. यदि रेखा $2x + y + \lambda = 0$ परवलय $y^2 = -8x$, पर अभिलम्ब हो तो λ का मान है—
 (A) 12 (B) -12 (C) 24 (D) -24
8. बिन्दु $P(x_1, x_1)$ पर परवलय $y^2 = 4ax$ की अभिलम्ब जीवा निम्न में से किस बिन्दु पर समकोण अंतरित करता है।
 (A) नाभि (B) शीर्ष
 (C) नाभि लम्ब के अन्त्य बिन्दु (D) इनमें से कोई नहीं
9. बिन्दु $(-2, 0)$ से परवलय $y^2 = 8x$ पर खींचे गए स्पर्श रेखा युग्म का समीकरण होगा—
 (A) $y = \pm (x - 2)$ (B) $x = \pm (y - 2)$ (C) $y = \pm (x + 2)$ (D) $x = \pm (y + 2)$
10. बिन्दु $(-a, 2a)$ से परवलय $y^2 = 4ax$ पर खींचे गए स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण होगा—
 (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{6}$
11. परवलय $y^2 = 4ax$ के नाभीय जीवा के मध्य बिन्दु का बिन्दु पथ है—
 (A) $y^2 = 4ax$ (B) $y^2 = 2(x - 1)$ (C) $y^2 = 2(1 - x)$ (D) कोई नहीं
12. परमय $y^2 = 4ax$ में अंतर्विष्ट समबाहु त्रिभुज के भुजा की लम्बाई जिसकी एक कोणीय बिन्दु परवलय के शीर्ष पर है।
 (A) $8\sqrt{3}$ (B) $6\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{3}$

13. परवलय $y^2 = 4x$ तथा $x^2 = 4y$ की उभयनिष्ठ स्पर्शी का समीकरण है—
 (A) $x - y + 1 = 0$ (B) $x + y - 1 = 0$ (C) $x + y + 1 = 0$ (D) $y = 0$
14. वह परवलय जिसकी नाभिय जीवा PSQ है। (जहाँ SP = 3 तथा SQ = 2 दिया है) उस परवलय की नाभि लम्ब की लम्बाई है—
 (A) 24/5 (B) 12/5 (C) 6/5 (D) इनमें से कोई नहीं
15. यदि दिस गए आधार पर एक त्रिभुज इस प्रकार परिभाषित है कि उनके आधार पर कोणों के स्पर्शी का योग एक स्थिरांक हो तो शीर्ष का बिन्दुपथ होगा—
 (A) एक वृत्त (B) एक परवलय (C) एक दीर्घवृत्त (D) एक अतिपरवलय

एक से अधिक विकल्प सही

16. परवलय $y^2 = 12x$ के स्पर्श रेखा का समीकरण जो कि रेखा $y = 3x + 77$ से 45° का कोण बनाता है।
 (A) $2x - y + 3 = 0$ (B) $x - 2y + 12 = 0$ (C) $4x + 2y + 3 = 0$ (D) $2x + y - 12 = 0$
17. माना कि परवलय $y^2 - 2y - 4x - 7 = 0$ की शीर्ष A तथा नाभिलम्ब की लम्बाई L है। उस परवलय की लम्बाई 2L है। तथा अक्ष दिये गये वक्र से समकोण अंतरित करता है।
 (A) $x^2 + 4x + 8y - 4 = 0$ (B) $x^2 + 4x - 8y + 12 = 0$ (C) $x^2 + 4x + 8y + 12 = 0$ (D) $x^2 + 8x - 4y + 8 = 0$
18. परवलय की नाभि (1, 1) है तथा शीर्ष पर खींचे गये स्पर्श रेखा का समीकरण $x + y = 1$ है, तो
 (A) परवलय का समीकरण $(x - y)^2 = 2(x + y - 1)$ (B) परवलय का समीकरण $(x - y)^2 = 4(x + y - 1)$
 (C) परवलय का शीर्ष $(1/2, 1/2)$ (D) नाभिलम्ब की लम्बाई $3\sqrt{2}$ है।
19. यदि परवलय $y^2 = 4x$ को नाभिय जीवा को एक सिरे का निर्देशांक (1, 2) हो, तो दूसरे सिरे का निर्देशांक निम्न पर स्थित होगा।
 (A) $x^2 y + 2 = 0$ (B) $xy + 2 = 0$ (C) $xy - 2 = 0$ (D) $x^2 + xy - y - 1 = 0$
20. परवलय के नाभिय जीवा के अंतिम सिरों पर खींची गयी स्पर्शी होगी।
 (A) लम्बवत् (B) समानान्तर
 (C) नियता पर प्रतिच्छेदित करेगी। (D) शीर्ष पर प्रतिच्छेदित करेगी।

1-B (विषयात्मक प्रश्न)

1. यदि $\lambda x^2 + 4xy + y^2 + \lambda x + 3y + 2 = 0$ परवलय निरूपित करता है तो λ का मान ज्ञात कीजिए।
2. परवलय $x^2 + 2y - 3x + 5 = 0$ के शीर्ष, अक्ष, नाभि नियता नाभिलम्ब ज्ञात कीजिए।
3. यदि $(\sin \alpha, \cos \alpha)$ परवलय के बाहर नहीं स्थित हो, तो के मानों का समुच्चय $[\pi/2, 3\pi/2]$ अंतराल में ज्ञात कीजिए।
 $2y^2 + x - 2 = 0$
4. c का परिसर ज्ञात कीजिए जिसके लिये सरल रेखा $y = mx + c$ परवलय $y^2 = 8(x + 2)$ को स्पर्श करती है।
5. परवलय $y^2 = 9x$ के स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (4, 10) से गुजरती है।
6. यदि सरल रेखा $x + y = 1$ परवलय $y^2 = 4ax$ को बिन्दु A तथा B से खींची गये अभिलम्ब बिन्दु C पर मिलते हे। बिन्दु C पर खींचा गया अभिलम्ब, उपरोक्त अभिलम्बों से अलग परवलय को बिन्दु D पर मिलता है तो D का मान ज्ञात कीजिए।
7. यदि दो बिन्दु $P(at_1^2, 2at_1)$ तथा $Q(at_2^2, 2at_2)$ परवलय $y^2 = 4ax$ पर स्थित है तो सिद्ध कीजिए कि P तथा Q पर खींची गयी स्पर्श रेखाएं तथा जीवा PQ से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{1}{2} a^2 |t_1 - t_2|^3$ है।
8. परवलय $y^2 = 4ax$ पर बिन्दु P से खींची गयी स्पर्श रेखाएं परवलय के अक्ष से θ_1 तथा θ_2 कोण अंतरित करता है तो बिन्दु P का बिन्दु पथ निम्न स्थितियों में ज्ञात कीजिये।

- (i) $\theta_1 + \theta_2 = \alpha$ (एक अक्षर) (ii) $\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$ (iii) $\tan \theta_1 + \tan \theta_2 = \lambda$ (एक अक्षर)
9. परवलय $y^2 = 8x$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण $y = x + 2$ है। इस रेखा पर उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए जिससे परवलय पर अन्य खींची गयी स्पर्श रेखाएं दिये गये स्पर्श रेखा पर लम्ब होगी।
10. यदि वृत्त $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 9 = 0$ पर खींची गया अभिलम्ब परवलय $y^2 = 4x$ को बिन्दु P तथा Q पर प्रतिच्छेदित करता है तो बिन्दु P तथा Q पर खींचे गये स्पर्श रेखाओं को प्रतिच्छेदन बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए।
11. परवलय $y = x^2$ पर मूल बिन्दु O से दो लम्बवत् जीवाएं खींची गयी हैं जो परवलय पर बिन्दु P तथा Q पर मिलती हैं जिससे एक आयत POQR निर्मित होता है। बिन्दु R का बिन्दु पथ ज्ञात कीजिये।
12. यदि $y^2 = 4ax$ में अंतर्निष्ठ त्रिभुज के सिरों की कोटि y_1, y_2, y_3 है तो दर्शाइये कि त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{8a} |y_1 - y_2|$

Exercise - 2

केवल एक विकल्प सही

केवल एक विकल्प सही

1. परवलय की नाभीय जीवा के सिरों पर स्पर्श रेखाओं एवं अभिलम्बों के प्रतिच्छेद बिन्दु क्रमशः (x_1, y_1) एवं (x_2, y_2) हों, तो :
 (A) $x_1 = x_2$ (B) $x_1 = y_2$ (C) $y_1 = y_2$ (D) $x_2 = y_1$
2. परवलय $y^2 = 4Ax$ ($A > 0$) पर खींची गई स्पर्श रेखा एवं 1 प्रवणता वाले समान्तर अभिलम्ब के मध्य दूरी है :
 (A) $4A$ (B) $2\sqrt{2}A$ (C) $2A$ (D) $\sqrt{2}A$
3. परवलय $y^2 = 4ax$ के शीर्ष से p दूरी पर स्थित नाभीय जीवा की लम्बाई है :
 (A) $\frac{2a^2}{p}$ (B) $\frac{a^3}{p^2}$ (C) $\frac{4a^3}{p^2}$ (D) $\frac{p^2}{a}$
4. परवलय $y^2 = 4ax$ में 'A' क्षेत्रफल का त्रिभुज PQR इस प्रकार बनाया जाता है कि शीर्ष P परवलय के शीर्ष पर रहता है और आधार QR नाभीय जीवा है। बिन्दुओं Q और R की कोटियों के अंतर का मापांक है :-
 (A) $\frac{A}{2a}$ (B) $\frac{A}{a}$ (C) $\frac{2A}{a}$ (D) $\frac{4A}{a}$
5. शीर्ष A वाले परवलय $y^2 = 4ax$ की एक जीवा AB है। AB के लम्बवत् BC खींची जाती है जो अक्ष को C पर मिलती है, तो परवलय के अक्ष पर BC का प्रक्षेप होगा -
 (A) a (B) $2a$ (C) $4a$ (D) $8a$
6. परवलय $y^2 = 4ax$ के किसी बिन्दु P पर खींची गई स्पर्श रेखा पर कोई बिन्दु T स्थित है। TL और TN क्रमशः नाभीय त्रिज्या SP और परवलय की नियता पर लम्ब है, तो :
 (A) $SL = 2(TN)$ (B) $3(SL) = 2(TN)$ (C) $SL = TN$ (D) $2(SL) = 3(TN)$
7. परवलय $y^2 = 4ax$ के शीर्ष से एक चर स्पर्श रेखा पर डाले गए लम्ब के पाद का बिन्दुपथ है-
 (A) $x(x^2 + y^2) + ay^2 = 0$ (B) $y(x^2 + y^2) + ax^2 = 0$
 (C) $x(x^2 - y^2) + ay^2 = 0$ (D) इनमें से कोई नहीं
8. परवलय $y^2 = 4ax$ की m प्रवणता वाली समान्तर जीवाओं के सिरों पर खींचे गये अभिलम्बों के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ है:-

- (A) $2xm^2 - ym^3 = 4a(2 + m^2)$ (B) $2xm^2 - ym^3 = 4a(2 + m^2)$
 (C) $2xm - ym^2 = 4a(2 + m)$ (D) $2xm^2 - ym^3 = 4a(2 - m^2)$

9. परवलय $y^2 = 4ax$ पर स्थित बिन्दु, जो वृत्त $x^2 + y^2 - 24y + 128 = 0$ के निकटतम है, है :-
 (A) (0, 0) (B) $(2, 2\sqrt{2})$ (C) (4, 4) (D) इनमें से कोई नहीं
10. परवलय $y^2 = 4ax$ ($a > 0$) का परवलय के बिन्दु (1, 2) पर खींची गई स्पर्श रेखा में दर्पण प्रतिबिम्ब है :
 (A) $(x - 1)^2 = 4(y + 1)$ (B) $(x + 1)^2 = 4(y + 1)$ (C) $(x + 1)^2 = 4(y - 1)$ (D) $(x - 1)^2 = 4(y - 1)$

एक सक अधिक विकल्प सही

11. P परवलय $y^2 = 4ax$ पर स्थित कोई बिन्दु है जहाँ भुज और कोटि बराबर है। नाभि से गुजरने वाले और परवलय को P पर स्पर्श करने वाले वृत्त का समीकरण है:
 (A) $x^2 + y^2 - 13x + 2y + 12 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 3x - 18y + 2 = 0$
 (C) $x^2 + y^2 + 13x - 2y - 14 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - x = 0$
12. एक बिन्दु P परवलय $y^2 = 4ax$ ($a > 0$) जिसका शीर्ष A है, पर स्थित है। PA इस प्रकार बढ़ायी जाती है कि यह नियता को D पर मिलती है और P से नियता पर डाले गये लम्ब का पाद M है। तो MD को व्यास मानकर खींचा गया वृत्त x-अक्ष को जिन बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करता है, उनके निर्देशांक है—
 (A) $(-3a, 0)$ (B) $(-a, 0)$ (C) $(-2a, 0)$ (D) $(a, 0)$
13. माना कि $y^2 = 4ax$ एक परवलय है और $x^2 + y^2 + 2bx = 0$ एक वृत्त है। यदि परवलय और वृत्त एक दूसरे को बाह्य स्पर्श करते हैं, तो :-
 (A) $a > 0, b > 0$ (B) $a > 0, b < 0$ (C) $a < 0, b > 0$ (D) $a < 0, b < 0$

2-B (विषयात्मक प्रश्न)

1. परवलय $y^2 = 4y$ की नाभि से गुजरने वाले तथा इसे बिन्दु (6, 9) पर स्पर्श करने वाले वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।
2. 'a' के उन सभी सम्भव वास्तविक मानों का समुच्चय ज्ञात करो जिनके लिये बिन्दु $(a^2, a - 2)$ परवलय $y^2 = 2x$ एवं परवलय पर स्थित बिन्दुओं (2, 2) एवं (8, -4) को मिलाने वाली जीवा से परिबद्ध क्षेत्र में स्थित होगा।
3. यदि परवलय $y^2 = 4ax$ की एक स्पर्श रेखा उसके अक्ष को बिन्दु T पर और शीर्ष A पर स्पर्श रेखा को बिन्दु Y पर मिलती है और इस प्रकार आयत TAYG बनता है, तो प्रदर्शित करो कि बिन्दु G का बिन्दुपथ $y^2 + ax = 0$ होगा।
4. एक परवलय के उन बिन्दुओं पर जिनके भुज $\mu:1$ के अनुपात में है, स्पर्श रेखाएँ खींची जाती हैं तो सिद्ध करो कि उनके प्रतिच्छेद बिन्दु वक्र $y^2 = (\mu^{1/4} + \mu^{-1/4})^2 ax$ पर स्थित होंगे।
5. सिद्ध करो कि परवलय $y^2 = 4ax$ पर खींची गई उन स्पर्श रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ जो नियता पर एक नियत लम्बाई का अन्तःखण्ड काटती है, $(y^2 - 4ax)(x +)^2 = d^2 x^2$ होगा।
6. परवलय $y^2 = 4ax$ के शीर्ष O से दो जीवाएँ OP एवं OQ खींची जाती हैं एवं OP व OQ को व्यास मानकर बनाये गये वृत्त बिन्दु R पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि परवलय के बिन्दु P एवं Q पर खींची गई स्पर्श रेखाओं एवं OR द्वारा इसके अक्ष के साथ बनाए गए कोण क्रमशः θ_1, θ_2 एवं ϕ हों, तो सिद्ध कीजिए कि $\cot \theta_1 + \cot \theta_2 + 2 \tan \phi = 0$ ।
7. एक परवलय का बाह्य बिन्दु P से स्पर्शी खींची जाती है जो उससे अक्ष से θ_1 तथा θ_2 कोण अंतरित करते हैं तो बिन्दु P का बिन्दुपथ क्या होगा। जबकि $\cos \theta_1 \cos \theta_2 = \mu$, जो एक अचर है।
8. सिद्ध कीजिए कि दो परवलय $y^2 = 4ax$ एवं $y^2 = 4c(x - b)$ का अक्ष के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ अभिलम्ब नहीं हो सकता जब तक $\frac{b}{a - c} > 2$ नहीं हो।

9. यदि एक वृत्त इस प्रकार खींचा जाता है कि वह सदैव दी गई सरल रेखा एवं वृत्त को बाह्यय स्पर्श करता हो, तो सिद्ध कीजिए कि इसके केन्द्र का बिन्दुपथ परवलय है। (जबकि दिया गया वृत्त एवं रेखा प्रतिच्छेद नहीं करते हैं।)
10. यदि कोई परवलय जिसके नाभि लम्ब की लम्बाई $4a$ इकाई है, निर्देशी अक्षों को स्पर्श करता हो, तो इसकी नाभि का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए।

Exercise - 3

3-A (स्तम्भ मिलान)

1. एक त्रिभुज ABC जिसका शीर्ष A बिन्दु $(1, 0)$ है तथा आधार सिरों B तथा C परवलय $y = 2x - x^2$ पर x-अक्ष के ऊपर स्थित है और $AB = AC$ है। यदि इस त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम है, तो निम्न मिलान कीजिए।
- | स्तम्भ I | स्तम्भ II |
|--|---------------------------|
| (A) AC की लम्बाई है - | (p) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ |
| (B) त्रिभुज के आधार पर की लम्बाई है - | (q) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ |
| (C) बिन्दु $(1, 0)$ से विपरीत भुजा पर खींची गई माध्यिका की लम्बाई है - | (r) $\frac{\sqrt{31}}{6}$ |
| (D) माध्यिका CD की लम्बाई है - (जहाँ D, AB का मध्य बिन्दु है।) | (s) $\frac{2}{3}$ |
2. परवलय $y^2 = 4ax$ की उस जीवा के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ
- | स्तम्भ I | स्तम्भ II |
|--|--|
| (A) जो नाभि से गुजरती है। | (p) $y = 0$ |
| (B) जो अभिलम्ब है। | (q) $a^2 \ell^2 = (4ax - y^2)(y + 4a^2)$ |
| (C) जिसके लिए मूल बिन्दु को जीवा के सिरों को जोड़ने वाली रेखा निर्देशी अक्षों से समान कोण बनाती है - | (r) $y^2 = 2a(x - a)$ |
| (D) जिसकी लम्बाई ℓ है। | (d) $y^4 + 2a(2a - x)y^2 + 8a^4 = 0$ |

3-B (कथन/कारण)

3. कथन -1 : बिन्दुओं $(-a, 2at)$ तथा $(a, 0)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड का लम्बसमद्विभाजक परवलय $y^2 = 4ax$ की स्पर्श रेखा है। जहाँ $t \in \mathbb{R}$
- कथन - 2 : उन परवल्यों जिनका शीर्ष एक दिए हुए बिन्दु पर है तथा जिनके नाभिलम्बों की लम्बाई 4 है, की संख्या 2 है।
- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।
4. कथन-1 : परवलय $y^2 = 8x$ के बिन्दु $(8, 8)$ पर खींची गई अभिलम्ब जीवा परवलय के शीर्ष पर समकोण अंतरित करती है।
 कथन-2 : परवलय $y^2 = 4ax$ की प्रत्येक जीवा बिन्दु $(4a, 0)$ से गुजरती है, जो परवलय के शीर्ष पर समकोण अंतरित करती है।
 (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।

- (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

5. **कथन-1** : परवलय के सह अभिलम्ब बिन्दुओं से खींचा गया परिवृत्त उसके शीर्ष से होकर जाता है।

कथन-2 : t_1, t_2, t_3 परवलय के अभिलम्ब के पाद हैं तो $t_1 + t_2 + t_3 = 0$

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

6. **कथन-1**: परवलय $y^2 = 4x$ पर बिन्दु $(h, h + 1)$ से एक से ज्यादा अभिलम्ब नहीं खींचा जा सकता है। यदि $h < 2$

कथन-2: $h \neq 1$ के लिए बिन्दु $(h, h + 1)$ परवलय के बाहर स्थित होगा।

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

3-C (अनुच्छेद)

7. **अनुच्छेद # 1**

परवलय $f(x) = 2x^2 + px + q$ का शीर्ष $(-3, 1)$ हो तो

- 7.1 p का मान है –
 (A) 12 (B) -12 (C) 19 (D) -19
- 7.2 q का मान है –
 (A) -19 (B) 19 (C) -12 (D) इनमें से कोई नहीं
- 7.3 परवलय
 (A) x- अक्ष को स्पर्श करता है।
 (B) x-अक्ष को दो वास्तविक व असमान बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करता है।
 (C) x-अक्ष के पूर्णतया ऊपर स्थित है।
 (D) x-अक्ष के पूर्णतया नीचे स्थित है।

8. **अनुच्छेद # 2**

$y = x$ परवलय $y = ax^2 + c$ की स्पर्श रेखा है।

- 8.1 यदि $a = 2$ हो, तो c का मान है –
 (A) $\frac{1}{8}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1
- 8.2 यदि $(1, 1)$ एक स्पर्श बिन्दु है, तो $a =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$

- 8.3 यदि $c = 2$ हो, तो स्पर्श बिन्दु है –
 (A) (2, 2) (B) (4, 4) (C) (6, 6) (D) (3, 3)

3-D (सत्य/असत्य कथन)

9. परवलय की नाभि से गुजरने वाले विभिन्न अभिलम्बों की संख्या है।
 10. परवलय $y^2 = 4(x + 1)$ द्वारा अन्तःखण्डित जीवा जो परवलय की नाभि से गुजरती है तथा x-अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ 60° का कोण बनाती है की लम्बाई $\frac{16}{3}$ है।
 11. यदि परवलय $y^2 = 4x$ का अभिलम्ब $y = 2x + c - 4$ है, तो '-c' का मान 12 है।
 12. परवलय $(x - a)^2 = -4a(y + a)$ पर मूल बिन्दु से खींची गयी स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ है।
 13. यदि रेखा $4y - 3x - 8 = 0$ परवलय $x^2 + y - 4 = 0$ को बिन्दु A तथा B पर प्रतिच्छेदित करती है तो PA . PB का मान $\frac{25}{8}$ होगा। यदि P $\equiv (0, 2)$ दिया है।

3-E (रिक्त स्थान की पूर्ति)

14. परवलय $y^2 = 4x$ के बिन्दु A तथा B पर स्पर्श रेखाएं AP तथा BP है। यदि AB जीवा किसी निश्चित बिन्दु (-1, 1) से होकर जाती है तो बिन्दु P का बिन्दुपथ है _____
 15. परवलय $y^2 = 4x$ तथा $x^2 = 4y$ की सार्व जीवा की लम्बाई है _____
 16. वृत्त $x^2 + y^2 = 5$ परवलय $y^2 = 4x$ के बिन्दु P तथा Q पर मिलते हैं। तो PQ की लम्बाई है _____
 17. परवलय $y^2 = 8x$ की नाभिय जीवा की निम्नलिखित लम्बाई है _____
 18. परवलय $y^2 = 4ax$ द्विकोटि के त्रिविभाजन करने वाले बिन्दु का बिन्दुपथ है _____

Exercise - 4

4-A (पूर्ववर्ती JEE परीक्षा प्रश्न)

IIT-JEE-2008

1. निम्न दो वक्र लीजिए $C_1 : y^2 = 4x, C_2 : x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0$ तब
 (A) C_1 तथा C_2 केवल एक बिंदु पर परस्पर स्पर्श करते हैं।
 (B) C_1 तथा C_2 ठीक दो बिन्दुओं पर परस्पर स्पर्श करते हैं
 (C) C_1 तथा C_2 ठीक दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद (किन्तु स्पर्श नहीं) करते हैं
 (D) C_1 तथा C_2 न ही प्रतिच्छेद करते हैं और न ही परस्पर स्पर्श करते हैं।

IIT - JEE- 2007

2. कथन-1 : वक्र $y = \frac{-x^2}{2} + x + 1$, रेखा $x = 1$ के सापेक्ष सममित है।

क्योंकि

कथन -2 : एक परवलय उसकी अक्ष के सापेक्ष सममित होता है।

(A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।

(B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।

(D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

3. अनुच्छेद

माना वृत्त $x^2 + y^2 = 9$ एवं परवलय $y^2 = 8x$ प्रथम चतुर्थांश एवं चतुर्थ चतुर्थांश में क्रमशः बिन्दु P एवं Q पर प्रतिच्छेद करते हैं। वृत्त पर स्थित P व Q पर स्पर्श रेखाएँ x-अक्ष पर बिन्दु R पर एवं परवलय पर स्थित P व Q पर स्पर्श रेखाएँ x-अक्ष पर बिन्दु S पर प्रतिच्छेद करती हैं।

3.1 त्रिभुज PQS एवं PQR के क्षेत्रफलों का अनुपात है।

(A) $1 : \sqrt{3}$

(B) 1 : 2

(C) 1 : 4

(D) 1 : 8

3.2 त्रिभुज PRS के बाह्यवृत्त की त्रिज्या है -

(A) 5

(B) $3\sqrt{3}$

(C) $3\sqrt{2}$

(D) $2\sqrt{3}$

3.3 त्रिभुज PQR के अन्तःवृत्त की त्रिज्या है-

(A) 4

(B) 3

(C) $\frac{8}{3}$

(D) 2

IIT-JEE-2006

4. किसी परवलय का शीर्ष और नाभि प्रथम चतुर्थांश में है और अक्ष रेखा $y = x$ के अनुदिश है। यदि मूल बिन्दु से शीर्ष एवं नाभि की दूरी क्रमशः $\sqrt{2}$ एवं $2\sqrt{2}$ है तो इस परवलय का समीकरण है -

(A) $(x + y)^2 = x - y + 2$

(B) $(x - y)^2 = x + y - 2$

(C) $(x - y)^2 = 8(x + y - 2)$

(D) $(x + y)^2 = 8(x - y + 2)$

5. परवल्यों $y = x^2$ और $y = -x^2 - 4x - 4$ की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण है -

(A) $y = 4(x - 1)$

(B) $y = 0$

(C) $y = -4(x - 1)$

(D) $y = -30x - 50$

6. अनुच्छेद

माना ABCD, 2 इकाई लम्बाई की भुजा वाला एक वर्ग है। C_2 शीर्षों A, B, C एवं D से गुजरने वाला एक वृत्त है तथा C_1 एक ऐसा वृत्त है जो वर्ग ABCD की प्रत्येक भुजा को स्पर्श करता है। L, शीर्ष A से गुजरने वाली एक रेखा है।

6.1 यदि बिन्दु P, वृत्त C_1 पर एवं बिन्दु Q, वृत्त C_2 पर स्थित हो, तो $\frac{PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2}{QA^2 + QB^2 + QC^2 + QD^2}$ का मान है -

(A) 0.75

(B) 1.25

(C) 1

(D) 0.5

6.2 एक वृत्त रेखा L एवं वृत्त C_1 को बाह्य स्पर्श इस प्रकार करता है कि दोनों वृत्त सरल रेखा के एक ही ओर हैं, तो ऐसे वृत्त के केन्द्र का बिन्दुपथ है -

(A) दीर्घवृत्त

(B) अतिपरवलय

(C) परवलय

(D) सरल रेखा का भाग

6.3 एक रेखा M शीर्ष A से गुजरने हुए इस प्रकार खींची जाती है कि यह BD के समान्तर है। एक बिन्दु S इस प्रकार गति करता है कि इसकी रेखा BD से और शीर्ष A से दूरियाँ बराबर हैं। यदि बिन्दु S का बिन्दुपथ M को T_2 और T_3 पर तथा AC को T_1 पर काटता है तो $\Delta T_1 T_2 T_3$ का क्षेत्रफल होगा-

- (A) $\frac{1}{2}$ वर्ग इकाई (B) $\frac{2}{3}$ वर्ग इकाई (C) 1 वर्ग इकाई (D) 2 वर्ग इकाई

7. मिलान कीजिये

परवलय $y^2 = 4x$ पर स्थित बिन्दुओं P, Q, R पर खींचे गये अभिलम्ब बिन्दु (3, 0) पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो

स्तम्भ I

- (A) ΔPQR का क्षेत्रफल
 (B) ΔPQR के परिवृत्त की त्रिज्या
 (C) ΔPQR का केन्द्रक
 (D) ΔPQR का परिकेन्द्र

स्तम्भ II

- (p) 2
 (q) $5/2$
 (r) $(5/2, 0)$
 (s) $(2/3, 0)$

IIT-JEE-2005

8. माना कोई बिन्दु P(1, 0) है और किसी बिन्दु Q का बिन्दुपथ $y^2 = 8x$ है। तो PQ के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ है—
 (A) $x^2 + 4y + 2 = 0$ (B) $x^2 - 4y + 2 = 0$ (C) $y^2 - 4x + 2 = 0$ (D) $y^2 + 4x + 2 = 0$
9. परवलय $y = x^2 + 6$ के बिन्दु P(1, 7) पर स्पर्श रेखा वृत्त $x^2 + y^2 + 16x + 12y + c = 0$ को बिन्दु Q पर स्पर्श करत हो, तो Q के निर्देशांक हैं —
 (A) (-6, -11) (B) (-9, -13) (C) (-10, -15) (D) (-6, -7)

IIT-JEE-2004

10. बिन्दु (1, 4) से परवलय $y^2 = 4x$ पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के मध्य कोण है —
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$
11. यदि $a \neq 0$ और रेखा $2bx + 3cy + 4d = 0$ परवलयों $y^2 = 4ax$ एवं $x^2 = 4ay$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरती है, तो —
 (A) $d^2 + (2b + 3c)^2 = 0$ (B) $d^2 + (3b + 2c)^2 = 0$ (C) $d^2 + (2b - 3c)^2 = 0$ (D) $d^2 + (3b - 2c)^2 = 0$
12. परवलय $y^2 - 2y - 4x + 5 = 0$, के किसी बिन्दु P पर खींची गई स्पर्श रेखा नियता को बिन्दु Q पर काटती है, तो बिन्दु R का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जो QP को $\frac{1}{2} : 1$ के अनुपात में बाह्यतः विभाजित करता है।

IIT-JEE-2003

13. परवलय $y^2 = 16x$ की नाभीय जीवा वृत्त $(x-6)^2 + y^2 = 2$ की स्पर्श रेखा है तो इस जीवा की प्रवणता के सम्भव मान हैं —
 (A) $\{-1, 1\}$ (B) $\{-2, 2\}$ (C) $\{-2, 1/2\}$ (D) $\{2, -1/2\}$
14. परवलय $y^2 = 4ax$ के किसी बिन्दु $(at_1^2, -2at_1)$ पर खींचा गया अभिलम्ब, परवलय को पुनः बिन्दु $(at_2^2, -2at_2)$ पर मिलता है।
 (A) $t_2 = t_1 + \frac{2}{t_1}$ (B) $t_2 = t_1 - \frac{2}{t_1}$ (C) $t_2 = -t_1 + \frac{2}{t_1}$ (D) $t_2 = t_1 - \frac{2}{t_1}$
15. परवलय $y^2 = 18x$ पर स्थित वह बिन्दु जिस पर कोटि की वृद्धि दर, भुज की दुगुनी है, होगा—
 (A) (2, 4) (B) (2, -4) (C) $\left(-\frac{9}{2}, \frac{9}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{9}{2}, \frac{9}{2}\right)$
16. परवलय $y^2 = 4x$ पर किसी बिन्दु P से तीन अभिलम्ब खींचे जाते हैं जिनके प्रवणताएँ क्रमशः m_1, m_2, m_3 हैं। यदि $m_2 m_3 = \theta$ लेते हुए बिन्दु P का बिन्दुपथ दिया गया परवलय ही होता है तो α का मान ज्ञात कीजिए।

IIT-JEE-2002

17. परवलय $y^2 = 4ax$ पर स्थिति किसी चर बिन्दु को नाभि से मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ एक दूसरा परवलय होगा जिसकी नियता है –
 (A) $x = -a$ (B) $x = -\frac{a}{2}$ (C) $x = 0$ (D) $x = \frac{a}{2}$
18. वक्र $y^2 = 8x$ तथा $xy = -1$ के सार्वस्पर्श रेखा का समीकरण है –
 (A) $3y = 9x + 2$ (B) $y = 2x + 1$ (C) $2y = x + 8$ (D) $y = x + 2$

IIT - JEE - 2001

19. वृत्त $(x - 3)^2 + y^2 = 9$ और परवलय $y^2 + 4x$ की x-अक्ष से ऊपर उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण होगा–
 (A) $\sqrt{3}y = 3x + 1$ (B) $\sqrt{3}y = -(x + 3)$ (C) $\sqrt{3}y = x + 3$ (D) $\sqrt{3}y = -(3x + 1)$
20. परवलय $y^2 + 4y + 4x + 2 = 0$ की नियता का समीकरण है–
 (A) $x = -1$ (B) $x = 1$ (C) $x = -3/2$ (D) $x = 3/2$

IIT-JEE-2000

21. यदि $x + y = k$ वक्र $y^2 = 12x$ के लिये अभिलम्ब है, तो k का मान होगा –
 (A) 3 (B) 9 (C) -9 (D) -3
22. यदि रेखा $x - 1 = 0$ परवलय $y^2 - kx + 8 = 0$ की नियता हो, तो x का मान होगा–
 (A) 1/8 (B) 8 (C) 4 (D) $\frac{1}{4}$
23. माना C_1 और C_2 दो परवलय हैं जिनके समीकरण क्रमशः $x^2 = y - 1$ एवं $y^2 = x - 1$ है। माना C_1 पर कोई बिन्दु P एवं C_2 पर कोई बिन्दु Q है। माना रेखा $y = x$ के सापेक्ष बिन्दुओं P और Q के प्रतिबिम्ब क्रमशः P_1 एवं Q_1 है। तो सिद्ध कीजिए कि P_1 परवलय C_2 पर और Q_1 परवलय C_1 पर स्थित है और $PQ \geq \min\{PP_1, QQ_1\}$ । अतः परवलय C_1 एवं C_2 पर क्रमशः बिन्दु P_0 एवं Q_0 ज्ञात कीजिए जो इस प्रकार हैं कि $P_0Q_0 \leq PQ$ (P एवं Q के सभी मानों के लिए) जबकि P एवं Q क्रमशः परवलय C_1 एवं C_2 पर स्थित हैं।

IIT-JEE-1999

24. प्राचलिक समीकरण $x = t^2 + t + 1, y = t^2 - t + 1$ से प्रदर्शित वक्र होगा–
 (A) एक सरल रेखा युग्म (B) एक दीर्घवृत्त (C) एक परवलय (D) एक अतिपरवलय

IIT-JEE-1998

25. बिन्दु P से परवलय $y^2 = 4ax$ पर खींची गई स्पर्शी युग्म के बीच का कोण 45° है। सिद्ध कीजिए कि बिन्दु P का बिन्दुपथ एक अतिपरवलय है।
26. परलय $y^2 = 12x$ के बिन्दुओं P और Q की कोटियों का अनुपात 1 : 2 है, तो बिन्दु P और Q से खींचे गये अभिलम्बों का प्रतिच्छेदन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

IIT-JEE-1997

27. परवलय $x^2 = 8y$ के उन अभिलम्बों के प्रतिच्छेदन बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जो एक दूसरे से समकोण बनाते हैं।

IIT-JEE-1996

28. परवलय की अक्ष रेखा $y = x$ के अनुदिश है तथा मूल बिन्दु से उसके शीर्ष की दूरी $\sqrt{2}$ तथा नाभि की दूरी $2\sqrt{2}$ है यदि शीर्ष और नाभि दोनों प्रथम चतुर्थांश में स्थित है तो परवलय का समीकरण है –
 (A) $(x + y)^2 = (x - y - 2)$ (B) $(x - y)^2 = (x + y - 2)$
 (C) $(x - y)^2 = 4(x + y - 2)$ (D) $(x - y)^2 = 8(x + y - 2)$
29. (a) परवलय $y^2 = 4ax$ पर बिन्दु A, B तथा C स्थित है बिन्दु A, B तथा C परी खींची गई स्पर्श रेखाओं के युग्मों का प्रतिच्छेदन बिन्दु P, Q तथा R है, तो त्रिभुज ABC तथा त्रिभुज PQR के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
 (b) बिन्दु A से एक सार्वस्पर्श रेखा वृत्त $x^2 + y^2 = a^2/2$ तथा परवलय $y^2 = 4ax$ पर खींची गई है स्पर्श रेखाओं तथा वृत्त और परवलय की संपर्क बिन्दुओं से निर्मित चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

IIT-JEE-1995

30. सिद्ध कीजिए परवलय $y^2 = 4x$ की जीवा जिसकी प्रवणता 2 है के उस बिन्दु का बिन्दुपथ परवलय है, जो 1 : 2 के अनुपात में अनतविभाजन करता है। इस परवलय की शीर्ष ज्ञात कीजिए।
31. प्रकाश की एक किरण रेखा $y = b$ के अनुगत धनात्मक x -अक्ष से आ रही है और एक अवतल दर्पण पर टकरती है जिसकी प्रतिच्छेदन xy समतल से परवलय $y^2 = 4ax$ है, तो परावर्तित रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि यह परवलय की नाभि से होकर जाती है जबकि a तथा b दोनों धनात्मक हैं।

4-B (पूर्ववर्ती AIEEE/DCE परीक्षा प्रश्न)

32. परवलय निकाय $y = \frac{a^3x^2}{3} + \frac{a^2x}{2} - 2a$ के शीर्षों का बिन्दुपथ है।
 (A) $xy = \frac{3}{4}$ (B) $xy = \frac{35}{16}$ (C) $xy = \frac{64}{105}$ (D) $xy = \frac{105}{64}$
33. परवलय $y^2 = 4x$ तथा $x^2 = 4y$ रेखाओं $x = 4$, $y = 4$ तथा अक्षों से घिरे वर्गाकार क्षेत्र की क्षेत्रफल उपर से नीचे क्रमशः S_1 , S_2 , S_3 है। तो $S_1 : S_2 : S_3$ है।
 (A) 1 : 1 : 1 (B) 2 : 1 : 2 (C) 1 : 2 : 3 (D) 1 : 2 : 1
34. परवलय $y^2 = 18x$ वह बिन्दु जिसकी कोटि भुज के दुगुने दर से वृद्धि होती है।
 (A) (2, 4) (B) (2, -4) (C) $\left(-\frac{9}{8}, \frac{9}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{9}{8}, \frac{9}{2}\right)$
35. यदि $a \neq 0$ तथा रेखा $2bx + 3cy + 4d = 0$ परवलय $y^2 = 4ax$ तथा $x^2 = 4ay$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु से जाती है, तो
 (A) $d^2 + (2b + 3c)^2 = 0$ (B) $d^2 + (3b + 2c)^2 = 0$ (C) $d^2 + (2b - 3c)^2 = 0$ (D) $d^2 + (3b - 2c)^2 = 0$
36. परवलय पर बिन्दु $bt_1^2, 2bt_1$ पर खींचा गया अभिलम्ब पुनः परवलय को बिन्दु $(bt_2^2, 2bt_2)$ पर काटता है, तो
 (A) $t_2 = -t_1 - \frac{2}{t_1}$ (B) $t_2 = -t_1 + \frac{2}{t_1}$ (C) $t_2 = t_1 - \frac{2}{t_1}$ (D) $t_2 = t_1 + \frac{2}{t_1}$
37. यदि नाभिलम्ब के दो अंत बिन्दु दिये गये हैं तो इनमें खींचे जाने वाले परवलय की संख्या होगी।
 (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 3

38. यदि किसी बिन्दु की भुज तथा कोटि बराबर हो तो उनके खींचा गया अभिलम्ब परवलय को पुनः निम्न में से किस बिन्दु पर काटता है।
 (A) $(6a, -9a)$ (B) $(-9a, 6a)$ (C) $(-6a, 9a)$ (D) $(9a, -6a)$
39. परवलय $y^2 = 4ax$ की जीवा AB परवलय को अक्ष को C पर काटती है। यदि $A = (at_1^2, 2at_1), B = (at_2^2, 2at_2)$ तथा AC : AB = 1 : 3 तो
 (A) $t_2 = 2t_1$ (B) $t_2 + 2t_1 = 0$ (C) $t_1 + 2t_2 = 0$ (D) इनमें से कोई नहीं

Answers

EXERCISE # 1 –A

1. D 2. A 3. B 4. B 5. A 6. A 7. C
 8. A 9. C 10. B 11. B 12. A 13. C 14. A
 15. B 16. BC 17. AB 18. BCD 19. ABD
 20. AC

EXERCISE # 1 –B

1. 4
 2. शीर्ष $\equiv \left(\frac{3}{2}, -\frac{11}{8}\right)$, नाभि $\left(\frac{3}{2}, -\frac{15}{8}\right)$
 x -अक्ष $= \frac{3}{2}$, नियता $y = -\frac{7}{8}$ नाभिलम्ब $= 2$.
 3. $\alpha \in [\pi/2, 5\pi/6] \cup [\pi, 3\pi/2]$ 4. $(-\infty, -4][4, \infty)$
 5. $4y = 9x + 4, 4y = x + 36$ 6. $(4a, 4a)$
 8. (i) $y = (x - a) \tan \alpha$, (ii) $x = a$, (iii) $y = \lambda x$
 9. $(-2, 0)$ 10. $x + 2y = 3 = 0$ 11. $y = x^2 + 2$

EXERCISE # 2 –A

1. C 2. B 3. C 4. C 5. C 6. C 7. A
 8. A 9. C 10. C 11. AD 12. AD 13. AD

EXERCISE # 2 – B

1. $x^2 + y^2 + 18x - 28y + 27 = 0$
 2. $a \in (-2 + 2\sqrt{2}, 2)$
 7. $x^2 = \mu^2 \{(x - a)^2 + y^2\}$

10. $x^2y^2 = a^2(x^2 + y^2)$

EXERCISE # 3

1. (A) \rightarrow (p), (B) \rightarrow (q), (C) \rightarrow (s), (D) \rightarrow (r)
 2. (A) \rightarrow (r), (B) \rightarrow (s), (C) \rightarrow (p), (D) \rightarrow (q)
 3. C 4. D 5. A 6. B 7.1 A 7.2 B 7.3 C
 8.1 A 8.2 A 8.3 B 9. False 10. True
 11. False 12. False 13. True
 14. $y = 2(x - 1)$ 15. $4\sqrt{2}$ 16. 4 17. 8
 18. $9y^2 = 4ax$

EXERCISE # 4

1. B 2. A 3.1 C 3.2 B 33. D 4.C
 5. AB 6.1 A 6.2 C 6.3 C 8. C 9. D 10. B
 11. A 13. A 14. A 15. D 16. $\alpha = 2$ 17. C
 18. D 19. C 20. D 21. B 22. C 24. C

26. $x = 3 \left[7 \left(\frac{y}{18} \right)^{2/3} + 2 \right]$ 27. $x^2 - 2y + 12 = 0$

28. D 29. (a) 2 : 1 (b) $15a^2/4$

30. $\left(\frac{4}{9}, x - \frac{2}{9}\right) = \left(y - \frac{8}{9}\right)^2$ vertex $\left(\frac{2}{9}, \frac{8}{9}\right)$

31. $4abc + (4a^2 - b^2) - 4a^2b = 0$ 32. D

34. D 35. A 36. A 37. B 38. D 39. B

MQB

EXERCISE # 1 (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक सही विकल्प

- एक परवलय का अक्ष रेखा $y = x$ के अनुदिश है तथा मूल बिन्दु की इसके शीर्ष एवं नाभि से दूरी क्रमशः $\sqrt{2}$ एवं $2\sqrt{2}$ है। यदि शीर्ष एवं नाभि दोनों प्रथम चतुर्थांश में स्थित है, तो परवलय का समीकरण होगा—
(A) $(x + y)^2 = (x - y - 2)$ (B) $(x - y)^2 = (x + y - 2)$
(C) $(x - y)^2 = 4(x + y - 2)$ (D) $(x - y)^2 = (x + y - 2)$
- परवलय $y^2 = 12x$ की जीवा की लम्बाई जो शीर्ष से गुजरती है तथा x -अक्ष की धनात्मक दिशा से 60° का कोण बनाती है।
(A) 8 (B) 4 (C) $16/3$ (D) इनमें से कोई नहीं
- परवलय $y^2 = 4ax$ की किसी नाभिय जीवा को व्यास मानकर खींचा गया वृत्त स्पर्श करेगा—
(A) परवलय की अक्ष को (B) परवलय की नियता को
(C) परवलय के शीर्ष पर खींची गई स्पर्श रेखा को (D) नाभिलम्ब को
- बिन्दुओं $(3, 0)$ एवं $(4, 1)$ को मिलाने वाली जीवा के समान्तर परवलय $y = (x - 3)^2$ की स्पर्श रेखा का समीकरण है —
(A) $2x - 2y + 0 = 0$ (B) $2y - 2x + 6 = 0$
(C) $4y - 4x + 11 = 0$ (D) $4x - 4y = 11$
- परवलय $y = x^2 - 2x - 3$ की किसी स्पर्श रेखा पर नाभि से खींचे गए लम्ब का पाद किस रेखा पर स्थित है ?
(A) $y + 4 = 0$ पद (B) $y = 0$ पर (C) $y = -2$ पर (D) $y + 1 = 0$ पर
- परवलय $y^2 = 4x$ की नाभिय जीवाओं के मध्य बिन्दुओं का बिन्दुपथ है —
(A) $y^2 = x - 1$ (B) $y^2 = 2(x - 1)$ (C) $y = 2(1 - x)$ (D) इनमें से कोई नहीं
- परवलय $y^2 = 4ax$ के बिन्दु $P(x_1, x_1)$ पर अभिलम्ब जीवा किस बिन्दु पर समकोण अंतरित करती है ?
(A) नाभि पर (B) शीर्ष पर
(C) नाभिलम्ब के सरिों पर (D) इनमें से कोई नहीं
- बिन्दु $(-2, 2)$ के परवलय $y^2 - 2y - 2x - 1 = 0$ पर खींचे गए अभिलम्बों की संख्या है :
(A) एक (B) दो (C) तीन (D) शून्य
- एक बिन्दु इस प्रकार गति करता है कि इसकी एक वृत्त के केन्द्र से दूरी पर वर्ग और वृत्त की त्रिज्या के वर्ग का अंतर, इसकी एक सरल रेखा से दूरी के वर्ग के बराबर है। तो इस बिन्दु का बिन्दुपथ होगा—
(A) दी गई सरल रेखा के लम्बवत् एक सरल रेखा
(B) दिये गये वृत्त के संकेन्द्रीय एक वृत्त
(C) दी गई सरल रेखा के समान्तर अक्ष वाला एक परवलय
(D) दी गई सरल रेखा के लम्बवत् अक्ष वाला एक परवलय

10. परवलय $y^2 = 4ax$ के शीर्ष 'O' से जाने वाली चर जीवाएँ OP एवं OQ समकोण बनाते हुए खींची जाती है। यदि चर जीवा PQ, x-अक्ष को बिन्दु R पर प्रतिच्छेद करती है, तो दूरी OR :
 (A) P एवं Q की विभिन्न स्थितियों के साथ परिवर्तित होती है।
 (B) परवलय के अर्धनाभिलम्ब के बराबर होती है।
 (C) परवलय के नाभिलम्ब के बराबर होती है।
 (D) परलवय के नाभिलम्ब के दुगुने के बराबर होती है।
11. परवलय $y^2 = 4ax$ जिसका शीर्ष A हैं, पर एक बिन्दु P स्थित है। PA को बढ़ाने पर यह नियता को बिन्दु D पर मिलती है तथा P से नियता पर लम्ब का पाद M है। MD द्वारा नाभि पर बनाया गया कोण होगा—
 (A) $\pi/4$ (B) $\pi/3$ (C) $5\pi/12$ (D) $\pi/2$
12. किसी परवलय के नाभिलम्ब द्वारा उसके शीर्ष पर बनाया गया कोण θ —
 (A) नाभिलम्ब की लम्बाई पर निर्भर करता है।
 (B) नाभिलम्ब से स्वतंत्र है तथा $\frac{5\pi}{6}$ एवं π के मध्य है।
 (C) नाभिलम्ब से स्वतंत्र है तथा $\frac{3\pi}{4}$ एवं $\frac{5\pi}{6}$ के मध्य है।
 (D) नाभिलम्ब से स्वतंत्र है तथा $\frac{2\pi}{3}$ एवं $\frac{3\pi}{4}$ के मध्य है।
13. एक परवलय पर खींची गयी एक स्पर्श रेखा युग्म उस रेखा से समान कोण पर झुकी हुई है जिसका परवलय के पक्ष से झुकाव α है। उन्के रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ है:
 (A) वृत्त (B) परवलय (C) सरल रेखा (D) रेखा युग्म
14. यदि परवलय $y^2 = 4ax$ का अभिलम्ब इसके अक्ष से ϕ कोण बनाता है तो यह वक्र को पुनः जिस कोण पर काटता है, वह है:
 (A) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2} \tan \phi\right)$ (B) $\frac{\phi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{2} - \phi$ (D) $\cot^{-1}\left(\frac{1}{2} \tan \phi\right)$
15. m के मानों का समुच्चय जिनके लिए वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ की m प्रवणता वाली जीवा परवलय $y^2 = 4x$ को स्पर्श करती है —
 (A) $\left(-\infty, -\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}, \infty\right)$ (B) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
 (C) $(-1, 1)$ (D) $(-\infty, \infty)$
16. यदि परवलय $y^2 = 4ax$ पर दो अभिलम्ब लम्बवत् प्रतिच्छेद करते है तो उनके पादों को जोड़ने वाली जीवा एक स्थिर बिन्दु से गुजरती है जिसके निदेशांक है:-
 (A) $(-2a, 0)$ (B) $(a, 0)$ (C) $(2a, 0)$ (D) इनमें से कोई नहीं
17. यदि बिन्दु P से परवलय $y^2 = 4ax$ पर तीन अभिलम्ब इस प्रकार खीचे जाते है कि इनमें से दो परवलय के अक्ष के साथ पूरक कोण बनाते हो , तो बिन्दु P का बिन्दुपथ है। :
 (A) $y^2 = a(x+a)$ (B) $y^2 = 2a(x-a)$ (C) $y^2 = a(x-2a)$ (D) $y^2 = a(x-a)$
18. परवलय $y^2 = 4Ac(A>0)$ पर खींची गई स्पर्श रेखा एवं 1 प्रवणता वाले समान्तर अभिलम्ब के मध्य दूरी है :
 (A) 4A (B) $2\sqrt{2}A$ (C) 2A (D) $\sqrt{2}A$

19. एक परवलय $y = ax^2 + bx + c$ x-अक्ष को मूल बिन्दु दांयी ओर $(\alpha, 0)$ एवं $(\beta, 0)$ पर प्रतिच्छेद करता है। एक वृत्त भी इन दोनों बिन्दुओं से गुजरता है। मूल बिन्दु से इस पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई है :
- (A) $\sqrt{\frac{bc}{a}}$ (B) ac^2 (C) $\frac{b}{a}$ (D) $\sqrt{\frac{c}{a}}$
20. परवलय $y^2 = 4ax$ कइ कोटि PN है। अक्ष के समान्तर एक सरल रेखा NP को समद्विभाजित करती है तथा वक्र को Q पर मिलती है। NQ, शीर्ष पर खींची गई स्पर्श रेखा को बिन्दु T पर इस प्रकार मिलती है कि $AT = KNP$ हो, तो k का मान है (जहाँ A शीर्ष है।)
- (A) $3/2$ (B) $2/3$ (C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं
21. कोई बिन्दु P इस प्रकार गति करता है कि मूलबिन्दु से इसकी दूरी एवं 'x' अक्ष से दूरी का अंतर सदैव अचर c रहता है। तो बिन्दु P का बिन्दुपथ :
- (A) एक सरल रेखा है जो अक्षों पर समान अन्तःखण्ड C काटती है।
 (B) एक वृत्त है जिसका केन्द्र $(0, -\frac{c}{2})$ है एवं $(c\sqrt{2}, \frac{c}{2})$ से गुजरता है।
 (C) एक परवलय है जिसका शीर्ष $(0, -\frac{c}{2})$ है एवं $(c\sqrt{2}, \frac{c}{2})$ से गुजरता है।
 (D) इनमें से कोई नहीं।
22. परवलय $y^2 = 4ax$ के शीर्ष से इसकी चर स्पर्श रेखा पर डाले गए लम्ब के पाद का बिन्दुपथ है :
- (A) $x(x^2 + y^2) + ay^2 = 0$ (B) $y(x^2 + y^2) + ax^2 = 0$
 (C) $x(x^2 - y^2) + ay^2 = 0$ (D) इनमें से कोई नहीं
23. किसी बाह्य बिन्दु P से परवलय $y^2 = 4x$ पर स्पर्श रेखाएँ खींची गई है। यदि यह स्पर्श रेखाएँ x-अक्ष से θ_1 और θ_2 कोण इस प्रकार बनाती है कि $\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{4}$, तो P का बिन्दुपथ है:
- (A) $x - y + 1 = 0$ (B) $x + y - 1 = 0$ (C) $x - y - 1 = 0$ (D) $x + y + 1 = 0$

एक या अधिक सही सही विकल्प

24. परवलय $y^2 = 4ax$ पर गतिशील चर बिन्दु की नाभय त्रिज्या के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ एक ऐसा परवलय होता है :
- (A) जिसका नाभिलम्ब, दिये गये परवलय के नाभिलम्ब का अधा होता है।
 (B) जिसका शीर्ष $(a/2, 0)$ है।
 (C) जिसकी नियता y-अक्ष है।
 (D) जिसकी नाभि के निर्देशांक $(a, 0)$ है।
25. बिन्दु $(1, 0)$ से गुजरते हुए एवं वक्र $y = \tan(\tan^{-1} x)$ को स्पर्श करते हुए एक चर वृत्त बनाया जाता है। वृत्त के केन्द्र का बिन्दुपथ वह परवलय है :
- (A) जिसके नाभिलम्ब की लम्बाई $2\sqrt{2}$ है।
 (B) जिसके सममित अक्ष की समीकरण $x + y = 1$ है।
 (C) जिसके शीर्ष के निर्देशांक $(3/1, 1/4)$ है।
 (D) इनमें से कोई नहीं।

EXERCISE # 2 (विषयात्मक प्रश्न)

- परवलय $x^2 = 4y$ की नाभि से गुजरने वाले तथा इसे बिन्दु (6, 9) पर स्पर्श करने वाले वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।
- सिद्ध करो कि परवलय पर खींची गई तीन स्पर्श रेखाओं से निर्मित त्रिभुज का लम्ब केन्द्र परवलय की नियता पर स्थित होता है।
- a त्रिज्या के वृत्त के व्यास के सिरे A एवं B से गुजरते हुए एक परवलय खींचा जाता है जिसकी नियता, एक b त्रिज्या के संकेन्द्रीय वृत्त की कोई स्पर्श रेखा है। यदि AB एवं एक लम्बवत् निर्देशी अक्ष हो, तो सिद्ध कीजिए कि परवलय की नाभि का बिन्दुपथ $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2 - a^2} = 1$ है।
- (a) बिन्दु A, B और C परवलय $y^2 = 4ax$ पर स्थित है। इन बिन्दुओं पर परवलय की स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। इन स्पर्श रेखाओं में से दो-दो एक साथ लेने पर ये क्रमशः P, Q एवं R पर प्रतिच्छेद करती हैं। तो $\triangle ABC$ एवं $\triangle PQR$ के क्षेत्रफलों को अनुपात ज्ञात कीजिए।
 (b) किसी बिन्दु A से परवलय $y^2 = 4ax$ एवं वृत्त $x^2 + y^2 = a^2/2$ उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाएँ खींची जाती हैं। इन उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं, वृत्त की स्पर्श जीवा एवं परवलय की स्पर्श जीवा से निर्मित चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- वृत्त $x^2 + y^2 - 6y + 4 = 0$ एवं परवलय $y^2 = x$ की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
- परवलय $y^2 = 8(x - 1)$ की सभी लम्बवत् जीवाओं के सिरे पर खींची गयी स्पर्श रेखाओं के प्रतिच्छेदी बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए।
- यदि परवलय $y^2 = 4ax$ की एक चर जीवा PQ इसके शीर्ष पर समकोण अंतरित करती है, तो प्रदर्शित कीजिए कि यह सदैव एक स्थिर बिन्दु से गुजरती है।
- c का परिसर ज्ञात कीजिए जिसके लिए रेखा $y = mx + c$ पर $y^2 = 8(x + 2)$ को स्पर्श करती है।
- परवलय $y^2 = 4a(x - a)$ के नाभिलम्ब के सिरे पर स्पर्श रेखा एवं अभिलम्ब की समीकरण ज्ञात कीजिए।
- यदि परवलय $y^2 = 4ax$ में आंतरित त्रिभुज के शीर्षों की कोटियाँ y_1, y_2, y_3 हो तो प्रदर्शित कीजिए कि त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{1}{8a} |(y_1 - y_2)(y_2 - y_3)(y_3 - y_1)|$ है।

Answers

EXERCISE # 1

1. D 2. A 3. B 4. D 5. A 6. B 7. A
 8. A 9. D 10. C 11. D 12. D 13. C 14. A
 15. A 16. B 17. D 18. B 19. D 20. B 21. C
 22. A 23. C 24. ABCD 25. BC

EXERCISE # 2

1. $x^2 + y^2 + 18 - 28y + 27 =$
 4. (a) 2: 1 (b) $15a^2/4$
 5. $x - 2y + 1 = 0; y = mx + \frac{1}{4m}$
 where $m = \frac{-5 \pm \sqrt{30}}{10}$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

6. $(x + 3) y^2 + 32 = 0$ 8. $(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$ 9. Tangent $y = x$, $y = -x$, Normal $x + y = 4a$, $x - y = 4a$

**for 39 Yrs. Que. of IIT-JEE(ADVANCE)
&
15 Yrs. Que. of AIEEE(MAIN)
we have distributed already a book**